3.2 Schubbeanspruchung (Einflussgröße: Querkraft F_q)

3.2.1 Mittlere Schub- / Scherspannung

Schubspannung hängt ab von Querkraft F_q und Schubquerschnitt A_a

$\tau_{am} = \frac{|F_q|}{A_a}$ Spannungsgleichung (Index: a = Schub / Scher, m = mittlerer)

3.2.2 Schubverformung und Hooksches Gesetz

$\tau_t = \gamma \cdot G$ G = Gleit- (Scher-, Schub-)modul = Werkstoffkonstante für Schubbeanspruchung

$G_{St} = 0.8 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$ $G_{Al} = 0.28 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$ $G_{Cu} = 0.48 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^2}$

Zusammenhang zwischen E- und G-Modul

$G = \frac{E \cdot m}{2 \cdot (1+m)} = E \cdot \frac{1}{2 \cdot (1+\mu)}$ $m = \frac{1}{\mu}$ m = Poisson Zahl, μ = Querzahl

Gleicung nur gültig für isotrope Werkstoffe

3.2.3 Maximale Schubspannung und ihre Richtung

Gleichgewichtsbedingungen

$\sum F_x = 0$ => $-F_x + F_i = 0$ => $F_x = F_i$

$F_n = F_i \cdot \sin\varphi = F_x \cdot \sin\varphi$ Normalkraft

$F_q = F_i \cdot \cos\varphi = F_x \cdot \cos\varphi$ Querkraft

$A_i = \frac{b \cdot h}{\sin\varphi}$ schräge Querschnittsfläche

Normal- (Zug-)spannung

$\sigma_n = \sigma_z = \frac{F_n}{A_i} = \frac{F_x}{b \cdot h} \cdot \sin^2\varphi$

Tangential (Schub-)spannung

$\tau_a = \frac{|F_q|}{A_i} = \frac{F_x}{b \cdot h} \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi$

$\tau_{max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_x}{b \cdot h}$ für $\varphi = 45^0$

3.3 Biegebeanspruchung (Einflussgröße M_b)

3.3.1 Axiale und polare Flächenmomente und Widerstandsmomente

1) Definition der Flächenmomente

$I_y = \int_A dAz^2$ axiales Flächenmoment bezogen auf y-Achse Biegung

$I_z = \int_A dAy^2$ axiales Flächenmoment bezogen auf z-Achse Biegung

$I_F = \int_A dAr^2$ polares Flächenmoment bezogen auf Pol (S) Torsion

a) Ausgewählte Querschnitte

$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$ $I_z = \frac{h^3 \cdot b}{12}$ Rechteckquerschnitt [I] = mm^4

$I_z = I_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$ $I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$ Kreisquerschnitt (S = Kreismittelpunkt) [I] = 1 mm^4

b) Flächenmomente für parallelverschobene Achsen (Steinerischer Satz)

$I_u = I_y + b \cdot h \cdot f^2$ $I_v = I_z + b \cdot h \cdot g^2$

c) zusammengesetzte Flächenmomente

– Nur Bezugsachse einzeichnen.

- Fläche in bekannte Flächenquerschnitte zerlegen und Schwerpunkte einzeichnen.
- Liegen Schwerpunkte auf der Bezugsachse, darf ohne Steiner gerechnet werden. Liegen Schwerpunkte nicht auf der Benzugsachse muss mit Steiner gerechnet werden.

2) Widerstandsmomente

$$W = \frac{I}{e} \qquad Widerstandsmoment = \frac{Flächenmoment}{Randfaserabstand}$$

a) Ausgewählte Querschnitte

$$W_y = \frac{I_y}{e_z} = \frac{k \cdot b^2 \cdot 2}{12 \cdot b} = \frac{k \cdot U^2}{6} \qquad W_z = \frac{I_z}{I_y} = \frac{b \cdot k^2 \cdot 2}{12 \cdot k} = \frac{b \cdot k^2}{6}$$ [W] = 1 mm² Rechteckquerschnitt

$$W_y = W_Z = \frac{I_{y/z}}{e_y} = \frac{\pi \cdot d^4 \cdot 2}{64 \cdot d} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \qquad W_p = \frac{I_p}{e} = \frac{I_p}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi \cdot d^4}{32 \cdot d} = \frac{\pi \cdot d_3}{16}$$ Kreisquerschnitt

b) zusammengesetzte Widerstandsmomente

$$W_u = \frac{I_{y1} + I_{y2}}{e_{vmax}} \qquad W_v = \frac{I_{z1} + Steiner_1}{e_{umax}} + \frac{I_{z2} + Steiner_2}{e_{umax}}$$

3.3.2Biegespannung

$$\sigma_b = \frac{|M_b|}{W_{maß}}$$ -F_y-Kräfte: W_Z (E.T.), (-F_Z-Kräfte: W_y)

$$W_Z = \frac{I_{z1} - I_{z2}}{e_y}$$ Beispiel A6

$$W_Z = \frac{I_{Z1} - I_{Z2}}{\frac{d}{2}}$$ Beispiel B4

3.3.3Biegeverformung (Biegelinie und Verformung)

$$y^{II} = \frac{-M_b}{I_Z \cdot E}$$ Berechnung der Durchbiegung

3.5Zusammengesetzte Spannungen

2 Fälle: $\sigma_{z/d} + \sigma_b$ und $\sigma_b + \tau_t$

3.5.1Zug-/Druckspannung und Biegespannung

$$\sigma_{max} = |\sigma_{z/d}| + \sigma_b$$ Gleichung für zusammengesetzte Spannungen

3.5.2.1Vergleichsspannung

σ_v wird in der Festigkeitslehre genauso wie eine Biegespannung behandelt

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_t)^2}$$ gilt nur für zähe, duktive Werkstoffe

α_0 = Anstrengungsverhältnis, abhängig von Belastungsfällen (Tabelle 5)

3.5.2.2Belastungsfälle

statische Belastung (LF1)
dynamische Belastung (LF2 schwellend / LF3 wechselnd)

4. Festigkeitslehre

4.1 Festigkeitsbedingung und zulässige Spannung

$$Spannung \text{ im } Bauteil < Festigkeit\ des\ Werkstoffes$$

Spannung => Rechnung!
Festigkeit => Experiment (Tabelle)!

$$Spannung \leq \frac{Festigkeit}{Sicherheitsfaktor}$$ Sicherheitsfaktor > 1

$$Spannung \leq zulässige\ Spannung = \frac{Festigkeit}{Sicherheitsfaktor}$$ Festigkeitsbedingung

4.2 Festigkeitsnachweis bei gekerbten Bauteilen

$$Kerbspannung < Gestaltfestigkeitswert$$

4.2.1 Kerbspannung und Kerbformzahl

Kerbformzahl (z.B. σ_{kz}) Index: k = kerb, z = Zug (d,b,a,t)
Kerbformfaktor α_k mittels Kerbparameter (ρ = Kerbradius, t = Kerbtiefe, A_k = Kerbquerschnitt) aus Tabelle 9
Kerbspannung:

$$\sigma_{kz} = \sigma_z \cdot \alpha\, kz \qquad \sigma_{kd} = \sigma_d \cdot \alpha_{kd} \qquad \sigma_{kb} = \sigma_b \cdot \alpha_{kb} \qquad \tau_{kt} = \tau_t \cdot \alpha_{kt} \qquad \tau_{ka} = \tau_{am}$$

<u>Zusammengesetzte Kerbspannungen:</u>

$\sigma_{kmax} = |\sigma_{kd/kz}| + \sigma_{kb}$ Zug/Druck + Biegung

$\sigma_{kv} = \sqrt{(\sigma_{kb})^2 + 3 \cdot (\alpha_{0k} \cdot \tau_{kT})^2}$ Biegung + Torsion

$\alpha_{0k} = \frac{\alpha_0 \cdot \alpha_{kt}}{\alpha_{kb}}$ Anstrengungsverhältnis α_{0k}

α_0 = Anstrengungsverhältnis ungekerbt (Tabelle 5)
α_{kt} = Kerbformzahl für Torsion, α_{kb} = Kerbformzahl für Biegung (Tabelle 9)

4.2.2 Kerbwirkungszahl

$$\beta_k = \frac{Festigkeit\ des\ ungekerbten\ Bauteils}{Festigkeit\ des\ gekerbten\ Bauteils}$$

Liegen keine Werte für β_k vor so darf näherungsweise mit folgeder Formel gearbeitet werden: $\beta_k \approx \alpha_k$

Oberflächenbeiwert b_0 abhängig von <u>Rauhigkeit</u> R_t (Tabelle 10)
Größenbeiwert b_1 (Tabelle 11), bei d ≤10mm gilt b_1 = 1,0

Gestaltfestigkeit (-swerte) bei Belastungsfall 1: Kerben haben keinen Einfluss auf Gestaltfestigkeit
Gestaltfestigkeit (-swerte) bei Belastungsfall 2 und 3:
- Gültigkeit: zähe Werkstoffe
- Index: G = Gestalt, sch = schwellend, w = wechselnd

$\sigma_{...G...} = \frac{\sigma_{...D...} \cdot b_0 \cdot b_1}{\beta_{k...}}$ <= $\sigma_{...D...}$ ungekerbt Tabelle 8

4.2.3 Gestaltsfestigkeitsbedingung

$$Kerbspannung \leq zul.\ Kerbspannung = \frac{Gestaltfestigkeit}{Sicherheit}$$