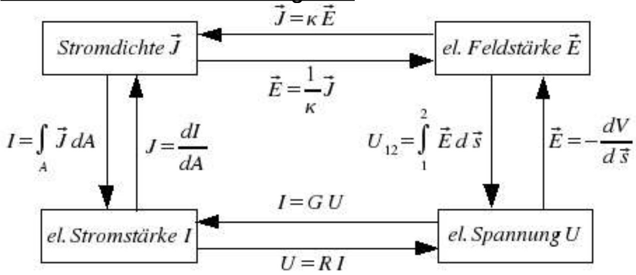
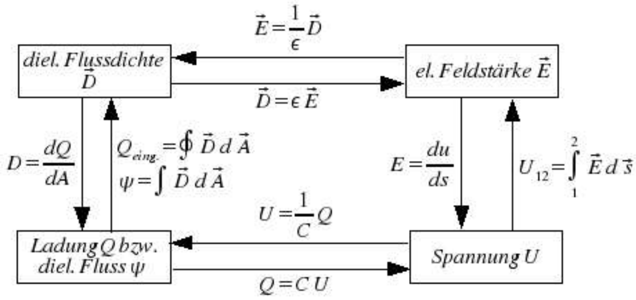
Formale Beziehungen:

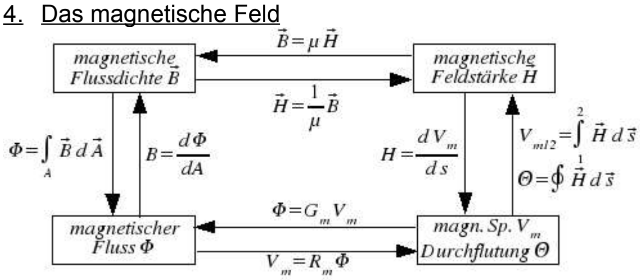
2. Das elektrische Strömungsfeld



3. Das dielektrische Strömungsfeld



4. Das magnetische Feld



Formeln nach Kapiteln sortiert (1b):

2. Das elektrische Feld

Kraft zwischen zwei Ladungen

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{Q_1Q_2}{r^2}\vec{r}_0$$

Definition der Feldgröße: el. Feldstärke

$$\vec{F}=Q_{\mathrm{LT}}\vec{E}\Rightarrow\vec{E}=\frac{\vec{F}}{Q_{\mathrm{LT}}}$$

Potentielle Energie eines LT im homogenen E-Feld

$$W_{\mathrm{LT}}=-Q_{\mathrm{LT}}\vec{E}\,\vec{l}_{12}$$

Definition des el. Potentials eines Raumpunktes

$$\varphi_P=\frac{W_{\mathrm{LT}}(P)}{Q_{\mathrm{LT}}}$$

Elektisches Potential im homogenen E-Feld (φ_B = 0V)

$$\varphi_P=-\vec{E}\,\vec{l}_{BP}$$

elektrische Spannung zwischen zwei Punkten

$$U_{12}=\varphi_1-\varphi_2$$

$$U_{12}=\vec{E}\,\vec{l}_{12}$$

inhomogenes E-Feld

$$\varphi_P=-\int_B^P\vec{E}\,d\vec{s}=\int_P^B\vec{E}\,d\vec{s}$$

$$E=-\frac{d\varphi}{ds}$$

Umlaufintegral der el. Feldstärke

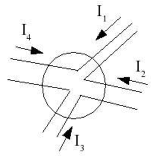
$$\oint\vec{E}\,d\vec{s}=0$$

Überlagerung elektrischer Felder

$$\vec{E}_{ges}=\vec{E}_1+\vec{E}_2\Rightarrow\varphi_{ges}=\varphi_1+\varphi_2$$

Äquipotentialflächen

$$\varphi_{ges}=\frac{Q_1}{4\pi\epsilon r_1}\frac{Q_2}{4\pi\epsilon r_2}=konstant$$



Das Hüllenintegral der el. Stromdichte

$$\oint_A\vec{J}\,d\vec{A}=0$$

elektrische Leistungsdichte p

$$p=\frac{dP}{dV}=E\,J=\kappa E^2=\frac{J^2}{\kappa}$$

3. Das dielektrische Feld (Kondensator)

$$Q=\epsilon_0\epsilon_r\frac{U\,A}{d}$$

dielektrische Flussdichte D

$$\vec{D}=\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}\quad[D]=1\,As/m^2$$

Das Hüllenintegral der dielektrischen Flussdichte

$$Q_{eingeschlossen}=\oint_{\text{A-Hüllfläche}}\vec{D}\,d\vec{A}$$

Dielektrischer Fluss (displacement)

$$\psi=\int_A\vec{D}\,d\vec{A}\quad[\psi]=[Q]=1\,As=1\,C$$

Kapazität & allgmeiner Zusammenhang Q, C, U

$$C=\epsilon_0\epsilon_r\frac{A}{d}$$

$$Q=C\,U$$

Verbrauchergesetz des Kondensators

$$i=C\frac{du}{dt}$$

Reihenschaltung von Kondensatoren

a) ungeladene Kondensatoren

$$\frac{1}{C_e}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\ldots$$ Reihenschaltung

$$C_e=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$ Reihenschalung von 2 Kondensatoren

$$Q_v=U\,C_e$$ Verschiebeladung Q_V

$$U_i=\frac{Q_v}{C_i}$$ Kondensatorspannung bei Reihenschaltung

$$\frac{U_i}{U}=\frac{1/C_i}{1/C_e}=\frac{C_e}{C_i}$$ Kapazitiver Spannungsteiler

b) geladene Kondensatoren

$$U_w=U-\sum_{i=1}^{n}U_{ia}$$ wirksame Spannung U_w

$$Q_v=U_w C_e$$ Verschiebeladung Q_V

Kondensatorspannungen bei vorgeladenem Kondensatoren

$$U_i = \frac{Q_{ia} + Q_V}{C_i} = U_{ia} + \frac{C_e}{C_i} U_w$$

Parallelschaltung von Kondensatoren

a) ungeladene Kondensatoren

$C_e = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$ Parallelschaltung

b) geladene Kondensatoren

$U = \frac{Q_{ges}}{C_e}$ Spannung vorgeladener Kondensatoren

Ausgleichsvorgänge an Kondensatoren (Laden, Entladen)

$\tau = RC$ Zeitkonstante

a) entladen

$u = U_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$ zeitlicher Verlauf der Kondensatorspannung

$i = \frac{U_0}{R} e^{\frac{-t}{\tau}}$ zeitlicher Verlauf des Kondensatorstroms

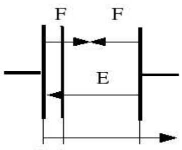
b) laden

$u = U_q \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ zeitlicher Verlauf der Spannung

Im Kondensator gespeicherte Energie

$$W_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Energiedichte w im diel. Feldraum
(Energie/Volumen)

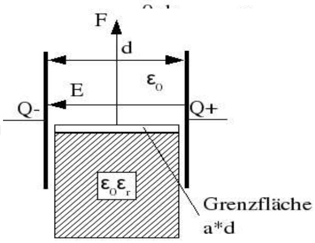


$$w = \frac{ED}{2} = \frac{E^2 \epsilon}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon}$$

$$w = \frac{W_{Kondensator}}{V_{Dielekrikum}}$$

Gesamtenergie W eines
Volumens V im diel. Feldraum

$$W = \int_A w \, dV$$



Kraft auf die Platten eines
geladenen Kondensators

$$F = \frac{1}{2} Q E$$

Kraft auf die Grenzfläche a*d eines Dieelektrikums im E-Feld (Die Kraft ist zum Medium mit kleinerem ε_r gerichtet)

$$F = \frac{1}{2} E^2 (\epsilon_0 \epsilon_r - \epsilon_0) a d$$

Selbstentladezeitkonstante (unabhängig von C-Geometrie)

$$\tau = \frac{\epsilon}{\kappa}$$

Kapazitiver Belag

$$kapazitiver\ Belag = \frac{Kapazität}{Länge}$$

$\frac{C}{l} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r 2\ pi}{\ln(\frac{r_a}{r_i})}$ für Koaxialleitungen !!!

Verschiebungsstromdichte

$$\vec{J}_v = \frac{d\vec{D}}{dt} \qquad [J_v] = 1 \frac{A}{m^2}$$

Verschiebungsstrom durch die Fläche A

$$i_v = \int_A \vec{J}_v \, d\vec{A} = \int_A \frac{d\,vecD}{dt} d\vec{A}$$

Knotenpunktsatz für zeitabhängige Ströme

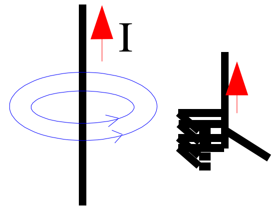
$\sum i + \sum i_v = 0$ oder allgemein

$$\oint_{Hüllfläche\,A} (\vec{J} + \vec{J}_v) \, d\vec{A} = 0$$

4. Das magnetische Feld

Rechte Hand Regel

zur Bestimmung
des Magnetfeldes
eines Leiters



Betrag der magnetischen Flussdichte

$B = \frac{F}{I l}$ magnetic flux density

Kraft auf ein stromdurchflossenes Leiterstück im M-Feld

$$\vec{F} = (\vec{l} \, x \, \vec{B}) I \qquad \vec{l}\ zeigt \in tech.\ Stromrichtung$$

Magnetischer Fluss (magnetic flux)

$$\Phi = \int_A \vec{B} \, d\vec{A}$$

Flächenintegral um eine geschlossene Hüllfläche

$$\oint_A \vec{B} \, d\vec{A} = 0$$

Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern

$$F = 2 * 10^{-7} \frac{N}{A^2} \frac{1}{a} I_1 I_2$$

Lorenzkraft auf eine bewegte Ladung Q im M-Feld

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \, x \, \vec{B})$$

magnetische Feldstärke H

$H = \frac{I}{2\pi r}$ magnetic field strengh

Magnetische Feldkonstante μ_0 des Vakuums

$\mu_0 = 4\pi \, 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ absolute Permeabilität

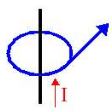
$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Permeabilität (spez. Magn. Leitwert), permeability

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Das Durchflutungsgesetz



(Sonderfall: Kreis)

$$\oint_s \vec{H} \, d\vec{s} = I \qquad H * 2\pi r = I$$

Allgemeines Durchflutungsgesetz

$$\oint \vec{H} \, d\vec{s} = \sum I_{eingeschlossen} = \Theta$$

magnetische Spannung

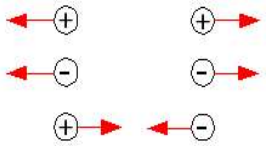
$$U_m = \int_1^2 \vec{H} \, d\vec{s} \qquad [U_m] = 1A$$

Formeln aus 1a

Coulombsches Gesetz (Kraftwirkung von Ladungen)

$$F=\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{1}{r^2}$$

$$\vec{F}=\frac{Q_1 Q_p}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2}\vec{r}_0$$



Definition der elektrischen Feldstärke

$$\vec{F}_p=\vec{E}\,Q_p$$

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_p}{Q_p}$$

Der elektrische Strom (electric current)

$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}\qquad [I]=\frac{[Q]}{[t]}=1\frac{C}{s}=1\,A$$

$$I=Q_{\mathrm{LT}}\,n\,A\,r=Q_{\mathrm{LT}}\,n\,A\,b\,E$$

Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger

$\vec{v}=b\vec{E}$ b = Ladungsträgerbeweglichkeit [b] = 1 m²/Vs

Die elektische Leitfähigkeit

$$\kappa=Q_{\mathrm{LT}}\,n\,b$$

$$I=\kappa\,A\,E$$

$$\rho=\frac{1}{\kappa}=\frac{1}{Q_{\mathrm{LT}}\,n\,b}$$ spezifischer Widerstand

elektrisches Potential und Spannung

$$\varphi(x)=\frac{W_{\mathrm{LT}}(x)}{Q_{\mathrm{LT}}}$$ el. Potential

$$U_{12}=\frac{W_1-W_2}{Q_{\mathrm{LT}}}=\varphi_1-\varphi_2$$ el. Spannung

elektrischer Leitwert und elektrischer Widerstand

$$G=\kappa\frac{A}{l}$$ [G] = 1S (conductance)

$$R=\frac{1}{G}=\frac{1}{\kappa}\frac{l}{A}=\rho\frac{l}{A}$$ [R] = 1Ω (resistance)

ohmsches Gesetz

$I=G\,U$ oder $U=R\,I$

Spannung und elektrische Feldstärke

$$U_{12}=\varphi_1-\varphi_2=\vec{E}\,\vec{l}_{12}$$

Temperaturabhängigkeit von R (Näherungsformeln)

$$R(\vartheta)=R_{20}(1+\alpha_{20}\Delta\vartheta)$$ lineare

$$R(\vartheta)=R_{20}(1+\alpha_{20}\Delta\vartheta+\beta_{20}\Delta\vartheta^2)$$ quatratische

[α_{20}] = 1 °C^{-1} [β] = 1 °C^{-2}

Leistung im Verbraucherwiderstand

$P=U\,I$ $P=G\,U^2$ $P=R\,I^2$ [P] = 1 VA = 1 W

Innenwiderstand einer realen Spannungsquelle

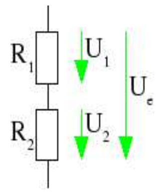
$$R_i=\frac{U_L}{I_K}=\frac{U_0}{I_K}$$

Statischer Widerstand und differenzieller Widerstand

$R_{stat}=\frac{U_0}{I_0}$ statisch $R_{diff}=\frac{\Delta U}{\Delta I}$ differenziell

Ersatzwiderstand einer Reihenschaltung

$$R_e=\sum_{i=1}^{n}R_i\qquad R_e=R_1+R_2+R_3+\ldots$$



Spannungsteilerregel

$$\frac{U_i}{U_k}=\frac{R_i}{R_k}\qquad\frac{U_i}{U}=\frac{R_i}{R_e}$$

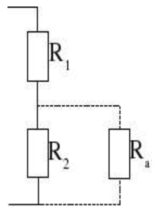
Ersatzleitwert und -widerstand bei parallelschaltung

$$G_e=\sum_{i=1}^{n}G_i\qquad\frac{1}{R_e}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\ldots$$

Stromteilerregel

$$\frac{I_i}{I_k}=\frac{G_i}{G_k}\qquad\frac{I_i}{I}=\frac{G_i}{G_e}$$

Spannungsteiler



$$\alpha_0=\frac{U_a}{U_e}=\frac{R_2}{R_1+R_2}$$ unbelastet

$$\alpha=\frac{R_e}{R_1+R_e}=\frac{R_2R_a}{R_2R_a+R_1R_2+R_1R_a}$$

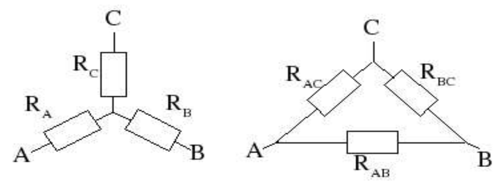
Stromteiler

$$\beta_0=\frac{I_a}{I_e}=\frac{G_2}{G_1+G_2}=\frac{R_1}{R_1+R_2}$$ unbelastet

$$\beta=\frac{I_a}{I_e}=\frac{G_e}{G_1+G_e}$$ belastet

$$\beta=\frac{G_2G_a}{G_aG_a+G_1G_2+G_2G_a}=\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}$$

Stern-Dreieck-Umformung



Sternschaltung Dreieckschaltung

$$R_A=\frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}\qquad R_{AB}=R_A+R_B+\frac{R_AR_B}{R_C}$$

$$R_B=\frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}\qquad R_{BC}=R_B+R_C+\frac{R_AR_C}{R_B}$$

$$R_C=\frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB}+R_{BC}+R_{AC}}\qquad R_{AC}=R_A+R_C+\frac{R_AR_C}{R_B}$$

Leistungsanpassung

$$P_{\mathrm{ab\_max}}=\frac{(0{,}5\,U_q)^2}{R}$$ Energietechnik

$R_v=R_i$ Nachrichtentechnik

$$\eta_{Leistungsanpassung}=\frac{U_v}{U_q}=\frac{1}{2}$$ Nachrichtentechnik

Überlagerungsverfahren (Formale Darstellung)

$U_Z=\sum_{i=0}^{n}U_{Zi}$ $I_Z=\sum_{i=0}^{n}I_{Zi}$ nicht für Leistungen (P) !

Knotenpotentialanalyse (KPA)

1. Netzwerk vereinfachen
2. Reale Spannungsquellen in entsprechnde Stromquellen umwandeln
3. Bezugsknoten angeben
4. Knoten durchnummerieren
5. Erstellen der Knotenleitwertmatrix
6. Erstellen des Stromquellenvektors (zufließende positiv)
7. Kontrolle durch Bezugsknoten 0
8. Sind ideale Spannungsquellen vorhanden (Superknoten), so sind Knotenleitwertsmatrix und Stromquellenvektor zu modifizieren. Alle Elemente d. Superknotens addieren und die übrigen Zeilen durch Spannungsgleichungen ersetzen (1, -1, 0).
9. Lösen des Gleichungssystems.

Wichtig: Mit LEITWERTEN arbeiten !!!

$$[G]=\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & \cdots & g_1 n \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & \cdots & g_2 n \\ \vdots & & & & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & g_{n3} & \cdots & g_{nn} \end{bmatrix}$$

– Die Hauptdiagonalenelemente g_{ii} sind gleich der Summe aller Leitwerte.
– Die übrigen Matrixelemente sind gleich dem negativen Leitwert zwischen dem Knoten i und j.
– Die Matrixelemente sind symetrisch zur Hauptdiagonalen ($g_{ij} = g_{ji}$).
– Die Komponenten d. Stromquellenvektors sind gleich d. Summe aller Quellenströme, die am entsprechenden Knoten zufließen (zufließende positiv zählen).

1. Auf der Hauptdiagonalen Summe der Leitwerte an jedem Knoten eintragen.
2. Oberes Dreieck mit den Werten zwischen den Knotenpunkten füllen und diese negieren.
3. An der Hauptdiagonalen spiegeln
4. Ströme zu den Knotenpunkten in Stromvektor eintragen
5. Kontrolle durch Knoten 0.
6. evtl. modifiziertes GL.-System, durch Superknoten, bilden.

[G] * u_{i0}] = I_q]

Geometrische Formeln:

$A=r^2\pi \qquad U=d\pi$ Kreis

$A=\frac{\pi}{4}(d_2^2-d_1^2)$ Kreisring

$V=\frac{d^3\pi}{6} \qquad A=d^2\pi$ Kugel

$V=\frac{l\,b\,h}{3}$ Pyramide

$V=\frac{d^2\pi\,h}{12}$ Kegel